

Occultation d'une buse à Port Miou pour la détermination des débits et d'autres caractéristiques

B.L., état provisoire du 27 octobre 2009

Nous proposons une expérimentation au niveau du barrage de Port Miou pour mesurer les débits et connaître quelques caractéristiques du siphon en amont du barrage. Ces mesures demandent un limnigraphe (mesures des hauteurs d'eau) dans le bassin amont et une mesure de la dénivellation entre les surfaces libres. Cette expérimentation ne peut être faite que dans une certaine plage des débits, c'est-à-dire une certaine plage de la dénivellation entre les surfaces libres, et demandent la participation d'un ou deux plongeurs. Durée des mesures : une journée.

1- L'expérimentation

L'expérience commence par une mesure de la dénivellation Δh_0 entre les surfaces libres amont et aval avec le dispositif décrit par ailleurs.

Ensuite, il faut boucher en quelques secondes une des buses d'un mètre de diamètre. Pour cela, il faut accoler une plaque munie de caoutchouc en amont de la buse. La pression suffit à maintenir la plaque en place si elle n'est pas trop lourde. Un petit défaut d'étanchéité n'est pas rédhibitoire.

Au bout d'une demi-heure (si le limnigraphe ne bouge plus) on enlève la plaque.

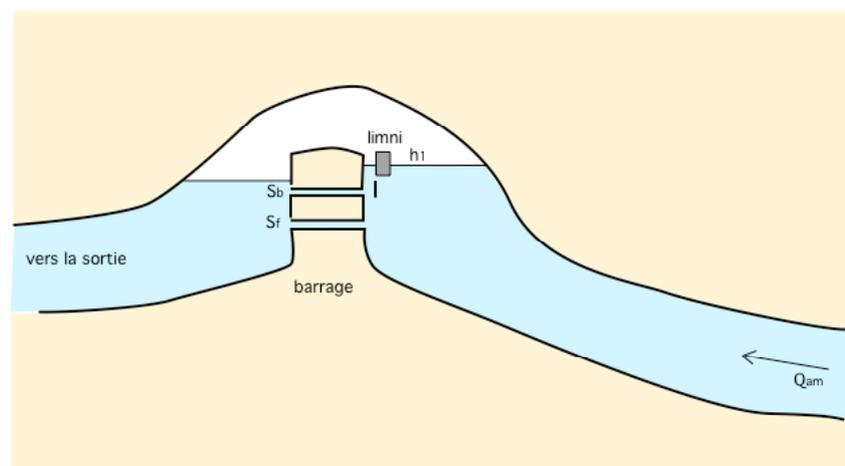


Fig. 1- Le barrage et la disposition du limnigraphe
 S_b est la surface de la buse utilisée, connue
 S_f est la surface complémentaire de passage de l'eau, inconnue

La plaque. La construction de la plaque circulaire doit être précédée par un examen sérieux de l'entrée de la buse côté amont afin d'adapter au mieux la plaque à la morphologie de celle-ci. Elle peut être construite en bois (ou contreplaqué marine) et être assez solide pour résister

à une force normale de 60 kg environ. Elle sera munie de deux poignées à 30 cm du centre pour permettre son décollement de l'orifice de la buse.

Limnigraphe, capteur de pression. Il faut installer un appareil enregistreur de mesure de hauteur, par exemple un capteur de pression en amont. Sa sensibilité doit être du dixième de millimètre. L'acquisition se fait toutes les 5 ou 10 s. On pourrait se contenter de lire la dénivellation entre les bassins amont et aval, mais la précision serait un peu insuffisante. L'appareil est placé à faible profondeur. On n'a pas besoin de corriger pour la pression atmosphérique. On lance l'acquisition avant les plongées.

L'occultation de l'amont de la buse. Le plongeur accroche la plaque à une corde qu'il attache en haut. Ensuite, il la descend dans le siphon et vient la mettre un peu en amont et bien en face du trou. Il la rapproche lentement. À un moment donné, la plaque vient se coller sur l'orifice de la buse en l'occultant. Le plongeur remonte et sort. Au bout d'une demi-heure, il redescend au niveau de la plaque. Exerce une forte traction sur une des poignées de la plaque et la décroche. Il finit de l'enlever en prenant garde de ne pas s'approcher trop près de l'orifice pour ne pas être aspiré dans la buse. Il ressort la plaque.

Les phénomènes. Après la manœuvre d'occultation, la surface libre amont va monter de quelques millimètres avec une petite oscillation jusqu'à stabilisation.

Les trois mesures. La première est la mesure de la dénivellation Δh_0 . Elle est faite au début. La deuxième est la mesure dans le bassin amont du premier niveau h_0 avant l'occultation. La troisième est le niveau h_1 après l'occultation. Les deux dernières mesures sont enregistrées par le capteur de pression immergé à faible profondeur dans le bassin amont.

Exemple de valeurs numériques possibles. Supposons une dénivellation entre les surfaces libres amont et aval de $\Delta h_0 = 5$ cm et une surface de passage totale de 10 m^2 . La vitesse dans la buse sera de l'ordre de $0,7$ m/s (le débit de l'ordre de $9 \text{ m}^3/\text{s}$). La section de la buse est $S = \pi D^2/4 = 0,78 \text{ m}^2$. La force pour arracher la plaque sera $F = \rho g \Delta h_0 S = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,05 \cdot 0,78 = 383$ N, soit 38 kgf. C'est assez difficile à faire pour un plongeur, mais facile pour deux. Il faut bien sûr que la plaque soit suffisamment rigide pour résister à cet effort.

2- Détermination du débit et de la conductance du barrage

On se place en régime permanent. On suppose donc que les oscillations de niveau se sont atténuées (une demi-heure au moins). On appelle Q_b le débit par la buse, Q_f le débit de fuite par les autres orifices et Q_{am} le débit d'alimentation en amont du siphon. On appelle k_b la conductance hydraulique de la buse. Cette conductance relie le débit dans la buse à la dénivellation entre l'amont et l'aval du barrage. Cette conductance de la buse est facile à calculer (cf. thèse de Thomas Cavalera). On appelle k_f la conductance de l'ensemble des autres orifices de passage de l'eau à travers le barrage.

Les conductances sont à peu près proportionnelles aux surfaces de passage. C'est-à-dire que k_f est plus grande que k_b dans un rapport voisin de S_{fuite}/S_{buse} .

Lorsque la buse est ouverte, on a, en régime permanent, les relations :

$$Q_{am} = Q_f + Q_b$$

$$Q_f = k_f \sqrt{\Delta h_0}$$

$$Q_b = k_b \sqrt{\Delta h_0}$$

Lorsque la buse est fermée, la nouvelle hauteur est, en régime permanent :

$$Q_{am} = k_f \sqrt{\Delta h_0 + h_1 - h_0}$$

On en déduit une relation entre les hauteurs des deux régimes permanents (avec la buse et sans la buse) :

$$Q_{am} = Q_f + Q_b = (k_f + k_b) \sqrt{\Delta h_0} = k_f \sqrt{\Delta h_0 + h_1 - h_0}$$

On tire k_f de la relation au-dessus :

$$k_f = \frac{\sqrt{\Delta h_0}}{\sqrt{\Delta h_0 + h_1 - h_0} - \sqrt{\Delta h_0}} k_b$$

On voit donc que l'expérience conduit à la valeur de $k_b + k_f$, c'est-à-dire à la conductance totale du barrage de Port Miou.

On en déduit ensuite le débit total Q_{am} :

$$Q_{am} = Q_f + Q_b = (k_f + k_b) \sqrt{\Delta h_0}$$

Exemple de valeurs numériques : Pour une dénivellation $\Delta h_0 = 5$ cm, une surface totale de 10 m^2 , une buse d'un mètre de diamètre ($S = 0,785 \text{ m}^2$), une valeur de $k_b = 2,46 \text{ m}^{5/2}/\text{s}$ et une dénivellation $h_1 - h_0 = 1$ cm, on trouve :

$$k_f = \frac{\sqrt{\Delta h_0}}{\sqrt{\Delta h_0 + h_1 - h_0} - \sqrt{\Delta h_0}} k_b = \frac{\sqrt{0,05}}{\sqrt{0,05 + 0,01} - \sqrt{0,05}} 2,46 = 25,8 \text{ m}^{5/2} \text{ s}^{-1}$$

$$Q_{am} = Q_f + Q_b = (k_f + k_b) \sqrt{\Delta h_0} = (25,8 + 2,46) \sqrt{0,05} = 6,32 \text{ m}^3 / \text{s}$$

3- Étude des transitoires

Au moment de la fermeture de la buse et au moment de sa réouverture, on va constater des oscillations du niveau amont. Ces oscillations seront caractérisées par trois grandeurs principales : la fréquence, l'amplitude, l'amortissement. La mesure de ces trois paramètres sur l'enregistrement du capteur de pression nous donnera des indications sur le siphon lui-même.

La fermeture de la buse : le niveau amont de l'eau va d'abord monter rapidement, puis il va osciller avec une période probablement de plusieurs minutes, voire plus. Cette oscillation sera rapidement amortie. Le niveau pourra continuer à monter quelque temps ou non.

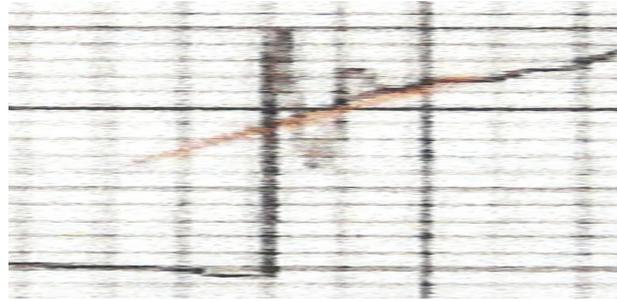


Fig. 2- Exemple possible de montée de la surface libre
(exemple pris à la Fontaine des Chartreux à Cahors, mesures A. Tarrisse)

Réouverture de la buse. Juste après la réouverture de la buse, on va assister aux phénomènes suivants : le niveau amont va chuter rapidement, puis va osciller tout en continuant éventuellement à descendre.



Fig. 3- Réouverture de la buse
(exemple pris à la Fontaine des Chartreux à Cahors, mesures A. Tarrisse)

L'oscillation résulte d'un mouvement pendulaire d'une masse d'eau située entre deux ou plusieurs surfaces libres : la surface libre juste en amont du barrage et les surfaces libres de l'autre côté du siphon, dans la partie amont inconnue. Les caractéristiques de l'oscillation nous donneront des renseignements globaux sur cette partie inconnue

4- Théorie élémentaire des oscillations de l'eau dans un tube en U

Soit m la masse d'eau en mouvement, L la longueur totale du tube d'eau (avec les parties remontantes), ρ la masse volumique de l'eau, g l'accélération de la pesanteur, S la section droite du tube, x la position d'un point qui, au repos, se trouverait en O .

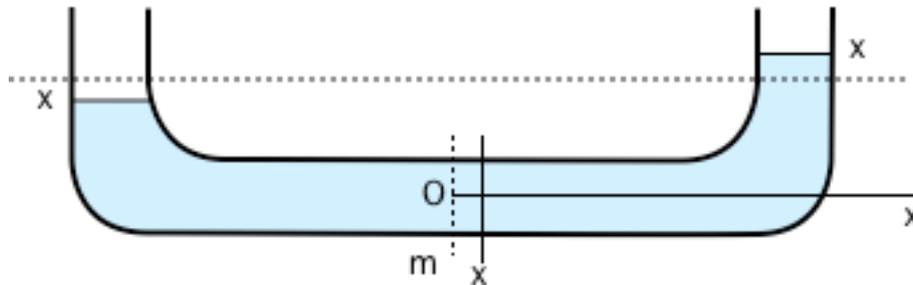


Fig. 5- Mouvement pendulaire d'une masse d'eau dans un tube en U

4-1- Oscillations sans frottement

L'équation de la dynamique (sans forces de frottements à la paroi) s'écrit :

$$\rho S L \frac{d^2 x}{dt^2} = -2\rho g x S$$

C'est un mouvement oscillant dont la solution permanente s'écrit :

$$x = x_0 \cos \omega_0 t$$

On en déduit :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{L}} \quad \text{soit} \quad T = \pi \sqrt{\frac{2L}{g}}$$

Application : supposons le siphon de longueur $L = 5000$ m, cela donne une période des oscillations :

$$T = \pi \sqrt{\frac{2 \cdot 5000}{9,81}} = 100 \text{ s} \quad \text{et} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 0,0626 \text{ s}^{-1}$$

4-2- Oscillations avec frottement turbulent

Si on tient compte d'une perte de charge pour expliquer l'amortissement, on peut admettre que la perte de charge totale est équivalente à celle qui serait localisée dans un resserrement de section S_0 .

Dans ce resserrement l'écoulement est forcément turbulent. On prendra comme perte de charge :

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{S}{S_0} \frac{dx}{dt} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad F = -\frac{1}{2} \rho \left| \frac{dx}{dt} \right| \frac{dx}{dt} \frac{S^3}{S_0^2}$$

L'équation devient :

$$\rho S L \frac{d^2 x}{dt^2} = -2\rho g x S - \frac{1}{2} \rho \left| \frac{dx}{dt} \right| \frac{dx}{dt} \frac{S^3}{S_0^2}$$

Cette équation dépend de deux paramètres indépendants :

$$b = 2L \frac{S_0^2}{S^2} \quad \text{et} \quad \omega_0$$

Cette équation se traduit par une sinusoïde amortie, solution de l'équation :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{b} \left| \frac{dx}{dt} \right| \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

On la résout numériquement pour quelques valeurs de ces deux paramètres, b et ω .

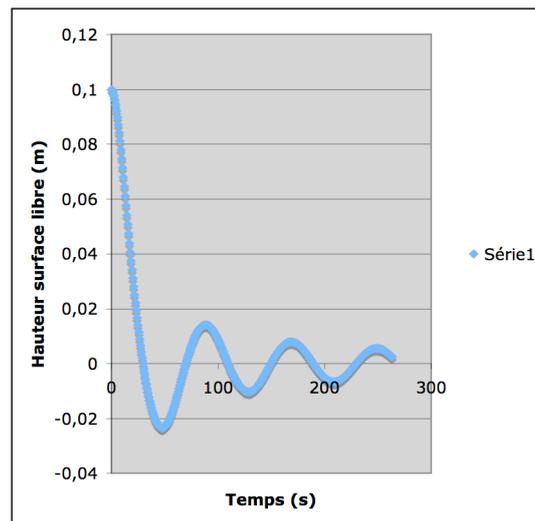


Fig. 5- Exemple de solution numérique ($b = 0,05$ m et $T = 80$ s)

On remarque que les oscillations s'atténuent très lentement lorsqu'elles deviennent faibles.

4-3- Oscillations avec frottement laminaire

Vu les faibles vitesses associées à l'oscillation, on peut adopter une loi de frottement linéaire.

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho U^2 \frac{\lambda L}{D} = \frac{1}{2} \rho U^2 \frac{64 \nu L}{U D D} = 32 \frac{\mu U L}{D^2} = 8\pi \frac{\mu L}{S} \frac{dx}{dt}$$

On en déduit la force de freinage :

$$F = -\Delta p S = -8\pi \mu L \frac{dx}{dt}$$

L'équation devient :

$$\rho S L \frac{d^2x}{dt^2} = -2\rho g x S - 8\pi \mu L \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{8\pi\nu}{S} \frac{dx}{dt} + \frac{2g}{L}x = 0$$

Cette équation dépend de deux paramètres indépendants :

$$b' = \frac{8\pi\nu}{S} \quad (\text{en } s^{-1}) \quad \text{et} \quad \omega_0 \quad (\text{en } s^{-1})$$

Le résultat est une sinusoïde amortie, solution de l'équation :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + b' \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

On la résout numériquement pour quelques valeurs de ces deux paramètres, b' et ω .

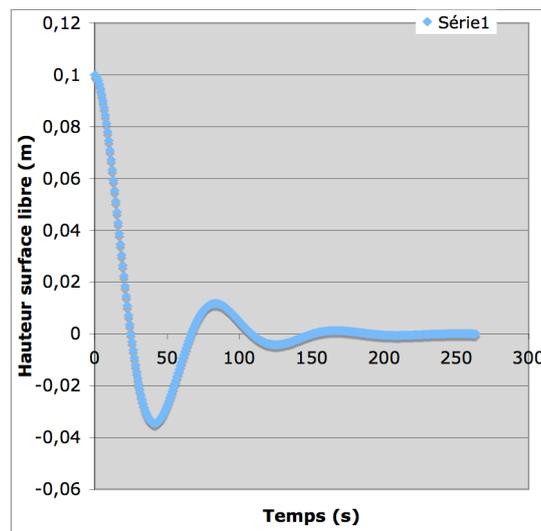


Fig. 6- Exemple d'amortissement avec un frottement laminaire

L'amortissement est plus rapide que lorsque le frottement est turbulent.

Cas d'un conduit karstique. Une analyse plus complète a été conduite avec un conduit de section variable. Elle conduit à une modélisation numérique qui sera faite si les mesures sont décidées. L'analyse des mesures consistera à chercher les valeurs des paramètres géométriques du siphon qui conduisent à la meilleure simulation. Au vu des mesures, on pourra être amené à compliquer légèrement le modèle physique.

Bibliographie :

Barrère R. Fontaine des Chartreux à Cahors, études hydrauliques (les deux exemples sont tirés de ce rapport communiqué par André Tarrisse).

Tarrisse A -2009- Oscillation de pompage à la fontaine des Chartreux. Rencontre d'Octobre de Saint-Laurent-en-Royans.